

Problème 147 – Les choix de Fabien Galthié

Niveau : Terminale (Spécialité Maths)

Chapitres : Combinatoire, Dénombrement

Inédit, publié le 18/08/2020



Crédit photo : Christophe Ena / AP / Sipa

Sélectionneur du XV de France en rugby, Fabien Galthié doit mener l'équipe jusqu'à la prochaine Coupe du Monde, qui aura lieu en 2023 en France. Lorsqu'il a été nommé à son poste en 2019, Fabien Galthié a obtenu de la fédération et des clubs de pouvoir disposer, lors des Tournois annuels des 6 Nations et des autres compétitions, de 42 joueurs sélectionnables pour la préparation. Il souhaitait en effet bénéficier d'une flexibilité, sachant qu'il estimait que, généralement, environ 30% des joueurs étaient blessés ou en méforme.

On rappelle qu'au rugby, une équipe de 15 joueurs sur le terrain est composée de 11 postes différents, et que le nombre de joueurs pour chaque poste est fixe (voir **Annexe 1**). Pour couvrir les 11 postes, pour le Tournoi des 6 Nations en 2020, Fabien a sélectionné ses 42 joueurs selon la répartition indiquée dans l'**Annexe 1**. On admet qu'un joueur sélectionné pour une position ne peut pas jouer à une autre position - bien que ce serait en théorie possible. En vertu d'un accord avec les clubs, Fabien Galthié s'est engagé à ne choisir que 28 joueurs afin qu'ils soient présents pour le match et à libérer les autres vers leurs clubs les week-ends de match.

Pour ce problème, on considère que Fabien Galthié n'a pas la possibilité de faire appel à d'autres joueurs que les 42 qu'il a déjà sélectionnés.

1) Expliquer pourquoi le nombre de combinaisons possibles de 28 joueurs pour un match dont dispose Fabien Galthié pour un match n'est pas égal à $\binom{42}{28}$.

2) Supposons que Fabien Galthié souhaite avoir pour le match 2 joueurs en 3^{ème} ligne centre et 4 joueurs en 3^{ème} ligne aile. Déterminer le nombre de combinaisons dont dispose Fabien Galthié pour sélectionner les joueurs présents au match en 3^{ème} ligne.

3) De manière plus générale, pour choisir ses 28 joueurs présent au match, le principe est le suivant : Fabien Galthié s'assure d'avoir 2 joueurs disponibles pour chacun des numéros d'une équipe (donc une première sélection de 30 joueurs), puis il enlève 1 joueur pour 2 positions – sachant qu'il ne peut pas se permettre d'enlever un joueur présent en 1^{ère} ligne et qu'il ne peut pas enlever 2 joueurs sur une seule position.

a) Calculer le nombre de combinaisons dont dispose Fabien Galthié pour sélectionner d'abord 30 joueurs, selon le principe énoncé ci-dessus.

b) Déterminer le nombre de possibilités dont il dispose pour enlever ces 2 joueurs parmi les 30.

c) En déduire le nombre de combinaisons dont dispose Fabien Galthié pour choisir 28 joueurs parmi les 42 sélectionnés.

4) Contre l'Angleterre lors du premier match du Tournoi des Six Nations en 2020, sur 30 joueurs sélectionnés selon le principe de la question 3), Fabien Galthié avait choisi de supprimer 1 joueur au trois-quarts centre et 1 à l'arrière. Parmi les 28 joueurs présents au match, de combien de possibilités disposait-il alors pour choisir les 15 joueurs débutant le match ?

Annexe 1

Positions	Nombre de joueurs à ce poste	Numéro(s) sur le terrain de rugby	Nombre de joueurs sélectionnés pour le Tournoi des 6 Nations 2020
1ère ligne: Talonneur	1	2	3
1ère ligne: Pilier gauche	1	1	3
1ère ligne: Pilier droit	1	3	3
2ème ligne	2	4 et 5	6
3ème ligne : Centre	1	8	3
3ème ligne : Aile	2	6 et 7	5
Demi de mêlée	1	9	3
Demi d'ouverture	1	10	3
Trois-quarts centre	2	12 et 13	4
Ailier	2	11 et 14	6
Arrière	1	15	3